भौतिक नियतांक :

प्रकाश का वेग	$c = 3 \times 10^8$ m/s
बोल्ट्ज़मान नियतांक	$k = 1{\cdot}38 \times 10^{-23}$ J/K
प्लांक नियतांक	$h = 6{\cdot}627 \times 10^{-34}$ J s
मुक्त आकाश की विद्युतशीलता (परावैद्युतांक)	$\epsilon_0 = 8{\cdot}854 \times 10^{-12}$ F/m
मुक्त आकाश की पारगम्यता	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
इलेक्ट्रॉन का आवेश	$e = 1{\cdot}6 \times 10^{-19}$ C
इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान	$m_e = 9{\cdot}1 \times 10^{-31}$ kg
सार्वत्रिक गैस नियतांक	$R = 8{\cdot}314$ J mol^{-1} K^{-1}
सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक	$G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

Physical Constants :

Velocity of light	$c = 3 \times 10^8$ m/s
Boltzmann constant	$k = 1{\cdot}38 \times 10^{-23}$ J/K
Planck's constant	$h = 6{\cdot}627 \times 10^{-34}$ J s
Permittivity of free space	$\epsilon_0 = 8{\cdot}854 \times 10^{-12}$ F/m
Permeability of free space	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
Charge of the electron	$e = 1{\cdot}6 \times 10^{-19}$ C
Mass of the electron	$m_e = 9{\cdot}1 \times 10^{-31}$ kg
Universal gas constant	$R = 8{\cdot}314$ J mol^{-1} K^{-1}
Universal gravitational constant	$G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

$$\frac{\frac{N m^2}{kg^2} \times kg^2}{m}$$

खण्ड A

SECTION A

✓Q1. (a) एक बल $\vec{F} = x^2y\,\hat{x} + zy^2\,\hat{y} + xz^2\,\hat{z}$ से दिया गया है । ज्ञात कीजिए कि बल संरक्षी है या नहीं ।

A force $\vec{F}$ is given by $\vec{F} = x^2y\,\hat{x} + zy^2\,\hat{y} + xz^2\,\hat{z}$. Determine whether or not the force is conservative. *10*

(b) पृथ्वी की गुरुत्वीय नैज-ऊर्जा की गणना कीजिए ।
दिया गया है :
पृथ्वी का द्रव्यमान $M_e = 6 \times 10^{24}$ kg और पृथ्वी की त्रिज्या $R_e = 6{\cdot}4 \times 10^6$ m

Calculate the gravitational self-energy of the Earth.
Given :
Mass of Earth $M_e = 6 \times 10^{24}$ kg and the Radius of Earth $R_e = 6{\cdot}4 \times 10^6$ m *10*

(c) आपेक्षिक वेग पर गतिशील फ्रेम से प्रेक्षित होने की दशा में लॉरेन्ट्स रूपान्तरण का लम्बाई और समय पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

What are the consequences of Lorentz transformations on length and time when observed from a frame moving at relativistic velocities ? *10*

(d) हाइगेन्स के नियम का प्रयोग करते हुए, एक समतल प्रगामी तरंग के लिए, जो कि विरल माध्यम 1 से सघन माध्यम 2 में जा रही है, दर्शाइए कि

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1},$$

जहाँ कि i और r क्रमशः आपतन कोण और अपवर्तन कोण हैं । v_1, μ_1 और v_2, μ_2 माध्यम 1 और माध्यम 2 में क्रमशः वेग और अपवर्तनांक हैं ।

Using Huygens' principle for a plane wave travelling from rarer medium 1 to a denser medium 2, show that

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1},$$

where i and r are the angles of incidence and refraction, respectively. v_1, μ_1 and v_2, μ_2 are the velocities and refractive indices in media 1 and 2, respectively. *10*

(e) तीन और चार स्तरीय पम्पिंग योजनाएँ क्या हैं ? इनमें लेसिंग क्रिया को योजित रेखाचित्र सहित समझाइए ।

What are three and four level pumping schemes ? Explain the lasing action in these with schematic diagrams. *10*

Q2. (a) (i) गुरुत्वीय विभव के लिए किसी बिन्दु पर व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए, जबकि बिन्दु

(I) गोलीय कोश के बाहर हो,

(II) गोलीय कोश के अन्दर हो ।

(ii) 10 kg द्रव्यमान के किसी पिण्ड के पलायन वेग की गणना चन्द्रमा के तल से कीजिए $\left(g_{\text{चन्द्रमा}} = \frac{1}{6} g_{\text{पृथ्वी}}\right)$ ।

चन्द्रमा का द्रव्यमान $= 7{\cdot}3 \times 10^{22}$ kg

चन्द्रमा की त्रिज्या $= 1{\cdot}7 \times 10^{6}$ m

(i) Derive the expressions for gravitational potentials at a point

(I) outside the spherical shell,

(II) inside the spherical shell. 10

(ii) Calculate the escape velocity of a body of mass 10 kg from the surface of Moon $\left(g_{\text{Moon}} = \frac{1}{6} g_{\text{Earth}}\right)$.

Mass of Moon = $7 \cdot 3 \times 10^{22}$ kg

Radius of Moon = $1 \cdot 7 \times 10^{6}$ m 10

(b) एक निश्चित दूरी पर स्थित दो पतले लेंसों के लिए अवर्णकता की शर्त को प्राप्त कीजिए । यदि दो लेंसों के पदार्थों की परिक्षेपण क्षमता 0·020 और 0·028 हो, तथा इनकी फोकस दूरियाँ क्रमशः 10 cm और 5 cm हैं, तो इनके बीच की दूरी परिकलित कीजिए जिससे कि ये एक अवर्णक संयुग्म बना सकें ।

Obtain condition for achromatism of two thin lenses separated by a finite distance. If the dispersive powers of the materials of the two lenses are 0·020 and 0·028, their focal lengths are 10 cm and 5 cm, respectively. Calculate the separation between them in order to form achromatic combination. 15

(c) (i) घूर्णन गति की मात्राएँ स्थानांतरण गति की मात्राओं के अनुरूप होती हैं । घूर्णन एवं स्थानांतरण गतियों के संगत समीकरणों को लिखिए ।

(ii) एक समतल स्तरिका के लिए लम्बवत और समान्तर अक्षों के प्रमेयों का वर्णन कीजिए ।

(i) The quantities of rotatory motion are analogous to those of translatory motion. Write the corresponding equations of translatory and rotatory motion. 5

(ii) Describe the theorems of perpendicular and parallel axes in case of a plane lamina. 10

3. (a) (i) व्यतिकरण पैटर्न को परदे पर प्रेक्षण के लिए आवश्यक शर्तों को लिखिए ।

(ii) द्वि-झिरी प्रयोग में परदे के किसी बिन्दु पर फ्रिंज की चौड़ाई तथा तीव्रता के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए ।

(i) What are the requisite conditions for observation of interference pattern on a screen ? 5

(ii) Derive the expression for fringe width and intensity at a point on the screen in a double slit experiment. 10

(b) (i) सिद्ध कीजिए कि द्रव्यमान केन्द्र और प्रयोगशाला निकायों में प्रेक्षित दो टकराने वाले (संघट्टी) कणों के बीच की दूरी समान होती है ।

(ii) एक 0·5 kg द्रव्यमान और 0·2 m अर्द्धव्यास की पतली चक्रिका उसके तल के लम्बवत और उसके केन्द्र से होकर गुज़रते अक्ष के परितः 100 घूर्णन प्रति सेकण्ड की दर से घूर्णन कर रही है । चक्रिका की गतिज ऊर्जा की गणना कीजिए ।

(i) Prove that the separation of two colliding particles is same, when observed in centre of mass and laboratory systems. *10*

(ii) Determine the kinetic energy of a thin disc of mass 0·5 kg and radius 0·2 m rotating with 100 rotations per second around the axis passing through its centre and perpendicular to its plane. *5*

(c) अवमंदित सरल आवर्त दोलनों के लिए समीकरण लिखिए और लघुगणकीय अपक्षय का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए ।

एक अवमंदित सरल आवर्त गति में, प्रथम आयाम 10 cm है, जो कि 50 दोलनों के बाद घटकर 2 cm हो जाता है, जिसमें प्रत्येक दोलन का आवर्तकाल 4 सेकण्ड है । लघुगणकीय अपक्षय की गणना कीजिए । उन दोलनों की संख्या की गणना भी कीजिए जिसमें कि आयाम घटकर 25% रह जाता है ।

Write equation for damped harmonic oscillations and obtain expression for logarithmic decrement.

In a damped harmonic motion, the first amplitude is 10 cm, which reduces to 2 cm after 50 oscillations, each of period 4 seconds. Determine the logarithmic decrement. Also, calculate the number of oscillations in which the amplitude decreases to 25%. *20*

Q4. (a) स्टेप-इंडेक्स प्रकाशिक तंतु की कार्यविधि की शर्तों को लिखिए । एक स्टेप-इंडेक्स तंतु में, कोर और क्लैडिंग पदार्थों के अपवर्तनांक क्रमशः 1·50 और 1·43 हैं ।

निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :

(i) क्रांतिक संचरण कोण

(ii) स्वीकरण कोण

(iii) 1 km लम्बाई के तंतु में कुल समयान्तराल

(iv) 50 km लम्बाई के तंतु में कुल प्रकीर्णन

Write conditions for working of a step-index optical fiber. In a step-index fiber, the core and cladding materials have refractive indices 1·50 and 1·43, respectively.

Find the following : 20

(i) Critical propagation angle

(ii) Acceptance angle

(iii) Total time delay in 1 km length of the fiber

(iv) Total dispersion in 50 km length of the fiber

(b) एक तरल के धारारेखी प्रवाह को परिभाषित कीजिए । सांतत्य के समीकरण का उपयोग करते हुए समदैशिक तरल के लिए प्रति एकांक आयतन की कुल ऊर्जा के विभिन्न घटकों को ज्ञात कीजिए ।

Define streamline flow of a fluid. Using the equation of continuity for an isotropic fluid, find different components of total energy per unit volume. 15

(c) (i) फ्रेनल विवर्तन और फ्राउनहोफर विवर्तन में क्या अन्तर है ?

(ii) एक दूरदर्शक की विभेदन क्षमता क्या होती है ? एक सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता UV प्रकाश में दृश्य प्रकाश की अपेक्षा ज़्यादा क्यों होती है ?

(i) What is the difference between Fresnel diffraction and Fraunhofer diffraction ? 5

(ii) What is resolving power of a telescope ? Why is the resolving power of microscope more with UV light than with visible light ? 10

खण्ड B

SECTION B

Q5. (a) कार्तीय निर्देशांकों $R_1(1, 1)$, $R_2(2, 1)$, $R_3(1, 4)$ और $R_4(2, 2)$ पर क्रमश: स्थित चार आवेशों $Q_1 = 1$ nC, $Q_2 = 2$ nC, $Q_3 = 3$ nC और $Q_4 = 4$ nC के एक निकाय में संचित ऊर्जा ज्ञात कीजिए । मुक्त आकाश की स्थिति मान लीजिए ।

Find the energy stored in a system of four charges $Q_1 = 1$ nC, $Q_2 = 2$ nC, $Q_3 = 3$ nC and $Q_4 = 4$ nC placed at the cartesian coordinates $R_1(1, 1)$, $R_2(2, 1)$, $R_3(1, 4)$ and $R_4(2, 2)$, respectively. Assume free space. *10*

(b) दो लम्बे और समान्तर तारों, जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या a है और जो एक दूसरे से उनके अक्षों के बीच की दूरी d पर स्थित हैं, में समान और विपरीत धारा I बह रही है । इनके एकांक लम्बाई के प्रेरकत्व का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए ।

Derive the expression for the inductance per unit length of two long parallel wires each of radius a, separated by distance d from their axes and carrying equal and opposite current I. *10*

(c) दर्शाइए कि सांतत्य का समीकरण मैक्सवेल के समीकरणों में समाहित है ।

Show that Continuity equation is embedded in Maxwell's equations. *10*

(d) ऊष्मागतिकी के शून्य कोटि के नियम का प्रयोग करते हुए ताप की धारणा को प्रतिपादित कीजिए । व्याख्या कीजिए कि कैसे दो अलग-अलग निकायों के लिए समताप रेखाएँ खींची जा सकती हैं ।

Using Zeroth law of thermodynamics, introduce the concept of temperature. Explain how the isotherms of two different systems can be drawn. *10*

(e) फ़र्मी-डिराक बंटन और बोस-आइन्स्टाइन बंटन के लिए व्यंजक लिखिए । इन दोनों बंटनों का आलेखन ऊर्जा के फलन के रूप में कीजिए ।

Write down the expressions for the Fermi-Dirac distribution and the Bose-Einstein distribution. Plot the distributions as a function of the energy. *10*

Q6. (a) दो प्रेरक, जिनका प्रेरकत्व L_1 और L_2 है, समान्तर क्रम में जुड़े हैं । प्रेरकों का अन्योन्य प्रेरकत्व M है । परिणामी प्रेरकत्व के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए । मान लीजिए कि प्रेरकों का प्रतिरोध नगण्य है ।

Two inductors having inductances L_1 and L_2 are connected in parallel. The inductors have a mutual inductance M. Derive the expression for the effective inductance. Assume the inductors have negligible resistances. *15*

(b) (i) जूल-केल्विन गुणांक को परिभाषित कीजिए । इसको गणितीय रूप में लिखिए ।

(ii) एक वानडर वाल्स गैस के लिए जूल-केल्विन गुणांक निर्धारित कीजिए । इसके पश्चात् व्युत्क्रमण ताप के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए । किन शर्तों के अधीन ऊष्मीकरण या शीतलन उत्पन्न होगा, चर्चा कीजिए ।

(i) Define Joule-Kelvin coefficient. Write it in its mathematical form. *5*

(ii) Determine the Joule-Kelvin coefficient for a van der Waals gas. Hence, obtain an expression for temperature of inversion. Discuss the conditions under which heating or cooling is produced. *10*

(c) दो परावैद्युत माध्यमों के अन्तरापृष्ठ पर एक विद्युत-चुम्बकीय तरंग की अन्योन्यक्रिया पर विचार कीजिए । यदि विद्युत-क्षेत्र $\vec{E}$ आपतन तल के समान्तर है, तो फ्रेनल के समीकरणों एवं ध्रुवण के ब्रूस्टर के नियम को प्राप्त कीजिए ।

Consider the interaction of an electromagnetic wave at the interface of two dielectric media. If electric field $\vec{E}$ is parallel to the plane of incidence, obtain Fresnel's equations and Brewster's law of polarization. *20*

Q7. (a) एक उदासीन परमाणु में एकसमान रूप से आवेशित त्रिज्या r के गोलीय अभ्र (–q) से घिरा एक बिन्दु नाभिक +q है । दर्शाइए कि जब इस प्रकार के परमाणु को एक दुर्बल बाह्य विद्युत-क्षेत्र $\vec{E}$ में रखा जाता है, तो परमाणु की परमाण्वीय ध्रुवणीयता गोले के आयतन के समानुपाती होती है ।

A neutral atom consists of a point nucleus +q surrounded by a uniformly charged spherical cloud (–q) of radius r. Show that when such an atom is placed in a weak external electric field $\vec{E}$, the atomic polarizability of the atom is proportional to the volume of the sphere. *15*

(b) एक पिस्टन-सिलिन्डर युक्ति प्रारम्भ में 150 kPa और 27°C पर वायु धारण करती है । इस अवस्था में, पिस्टन दो अवरोधों पर, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, स्थिर है और संलग्न आयतन 400 L है । पिस्टन का द्रव्यमान इस तरह से है कि इसको विस्थापित करने में 350 kPa दाब की आवश्यकता पड़ती है । अब वायु को तब तक गर्म करते हैं जब तक कि उसका आयतन दुगुना न हो जाए । ज्ञात कीजिए :

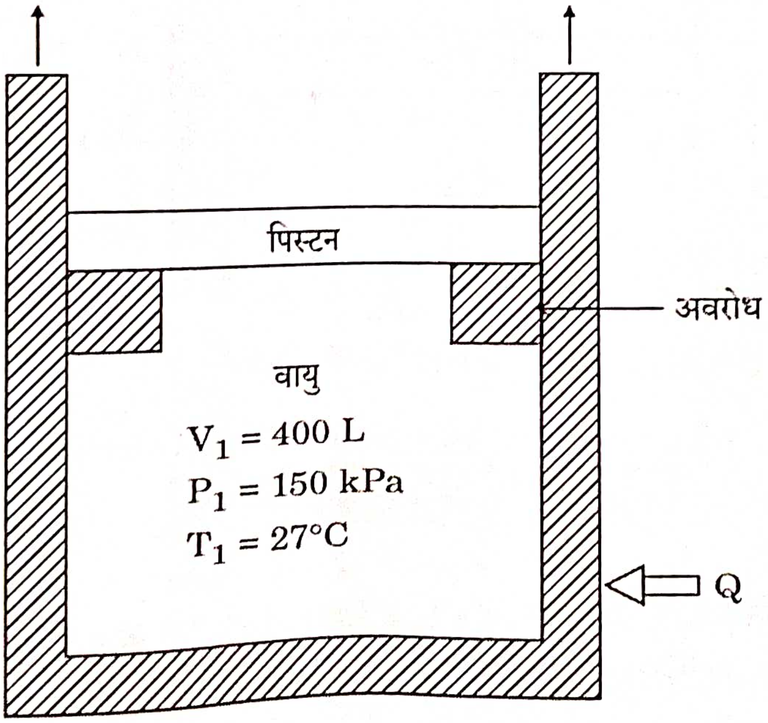
(i) अन्तिम तापमान,

(ii) वायु के द्वारा किया गया कार्य, और

(iii) वायु को स्थानान्तरित की गयी कुल ऊष्मा की मात्रा ।

दिया गया है : $U_{300\ K} = 214$ kJ/kg और $U_{\text{अंतिम}} = 1113$ kJ/kg

वायु का गैस नियतांक, $R = 0{\cdot}287$ kPa.m^3/kg.K



A piston-cylinder device initially contains air at 150 kPa and 27°C. At this state, the piston is resting on a pair of stops, as shown in the figure, and the enclosed volume is 400 L. The mass of the piston is such that a 350 kPa pressure is required to move it. The air is now heated until the volume is doubled. Determine :

✓ $\boxed{Q = \Delta u + W}$

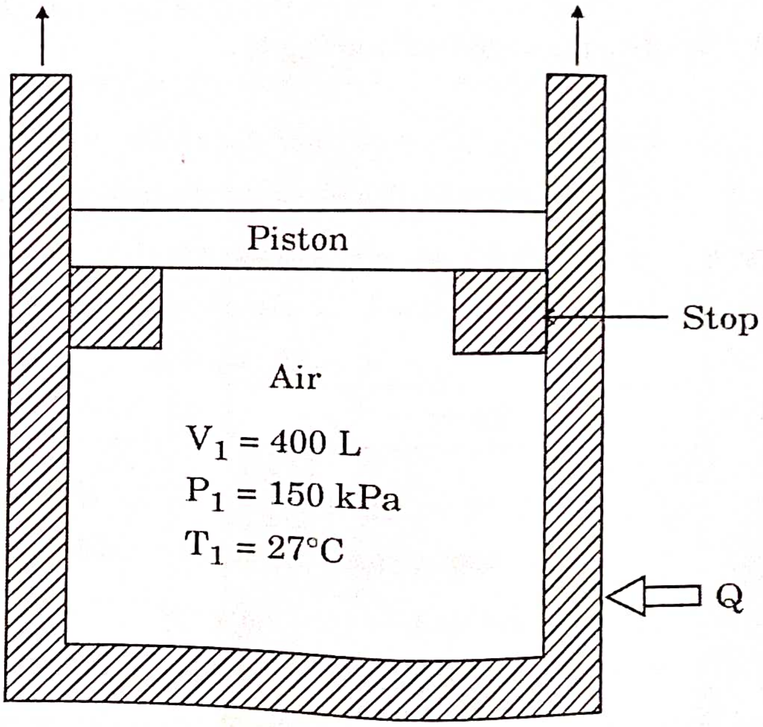
(i) the final temperature,

(ii) the work done by the air, and

(iii) the total heat transferred to air. *20*

Given : $U_{300\ K} = 214$ kJ/kg and $U_{final} = 1113$ kJ/kg

Gas constant of air, $R = 0{\cdot}287$ kPa.m^3/kg.K



(c) एकसमान पृष्ठीय आवेश σ के एक R अर्द्धव्यास के गोलीय कोश को उसके अक्ष के परित: ω कोणीय वेग से घूर्णन कराया जा रहा है । उसके द्वारा $\vec{r}$ बिन्दु पर उत्पन्न सदिश विभव ज्ञात कीजिए ।

A spherical shell of radius R, carrying a uniform surface charge σ, is set spinning at angular velocity ω about its axis. Find the vector potential it produces at point $\vec{r}$. *15*

Q8. (a) x-y तल में स्थित और मूल-बिन्दु पर केन्द्रित एक अर्द्धव्यास R के वृत्ताकार वलय पर एक एकसमान रैखिक आवेश λ धारित है । विभव $V(r, \theta)$ के बहुध्रुव प्रसार के प्रथम तीन पद (एकध्रुव, द्विध्रुव और चतुर्ध्रुव) ज्ञात कीजिए ।

A circular ring of radius R lying on the x-y plane and centred at the origin, carries a uniform line charge λ. Find the first three terms (monopole, dipole and quadrupole) of the multipole expansion of potential $V(r, \theta)$. 20

(b) दो आवेश $Q_1 = 3$ nC और $Q_2 = 4$ nC कार्तीय बिन्दुओं (0, 2, 2) m और (0, – 2, 4) m पर क्रमशः रखे गए हैं । z = 0 तल भू-संपर्कित है । प्रतिबिम्ब विधि का प्रयोग करते हुए बिन्दु (3, 2, 4) m पर विद्युत विभव और विद्युत-क्षेत्र की गणना कीजिए ।

Two charges $Q_1 = 3$ nC and $Q_2 = 4$ nC are placed at the cartesian points (0, 2, 2) m and (0, – 2, 4) m, respectively. The z = 0 plane is connected to the ground. Calculate the electric potential and the electric field at the point (3, 2, 4) m using the method of images. 15

(c) मैक्सवेल-बोल्ट्ज़मान बंटन का प्रयोग करते हुए उन ऑक्सीजन अणुओं की संख्या ज्ञात कीजिए जिनका 0°C पर वेग 195 m/s और 205 m/s के बीच है । ऑक्सीजन गैस का दिया गया द्रव्यमान 0·1 kg है । (प्रोटॉन का द्रव्यमान $1{\cdot}66 \times 10^{-27}$ kg मान लीजिए)

Use the Maxwell-Boltzmann distribution to find the number of oxygen molecules whose velocities lie between 195 m/s and 205 m/s at 0°C. The given mass of oxygen gas is 0·1 kg. (Assume mass of proton to be $1{\cdot}66 \times 10^{-27}$ kg) 15